ГЛАВА 4. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН И ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ СЛУЧАЙНЫХ АРГУМЕНТОВ

4.1 КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОГНОЗНЫХ МОДЕЛЕЙ. БАЗИРУЮЩИХСЯ НА ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗАКОНАХ

Исчерпывающей характеристикой случайной величины является закон распределения. Если известна схема его формирования и выполняются условия центральной предельной теоремы, теорем Пуассона, Хинчина или других предельных теорем [2, 126, 128, 136, 146, 180, 181, 182, 183, 184] и их многочисленных следствий, то имеет место предельное распределение случайной величины. Относительная стабильность и массовость ремонта, обусловленная неизменностью обслуживаемого региона, конструкций машин и технологии ремонта, позволяет широко использовать предельные законы во всех аспектах функционирования предприятия [5, 6], от приемочного контроля до оценки качества ремонта, а также планирования производства и внедрения на основе прогнозов организационно-технических мероприятий. Применяются как статические, так и динамические модели.

У первых отсутствует временной параметр, вторые отображают процессы, происходящие в системе со временем [183].

По мере совершенствования технологии в прогнозные модели вносятся коррективы, касающиеся только числовых характеристик, вычисляемых по малым выборкам, поскольку сами законы остаются незыблемыми.

Если к тому же распределения безгранично делимы или удовлетворяют условию (2.12) и являются устойчивыми, то сложнейшие расчеты при разработке прогнозов существенно упрощаются, поскольку открывается возможность “вычислять числовые характеристики функций случайных величин по числовым характеристикам аргументов, оставляя совершенно в стороне законы распределения” [2], ибо заранее известно, что они, по крайней мере, при линейных преобразованиях не изменятся.

Преимущества, которыми обладают предельные законы, распространяются на случайные функции, поскольку при фиксированных значениях аргумента, например, времени, случайная функция характеризуется распределением вероятностей рассматриваемой случайной величины. Для стационарных случайных функций математическое ожидание и дисперсия на участках функции постоянны, а значения корреляционной функции зависят только от промежутка между сечениями, поэтому прогнозная модель при выполнении условий [2]

$$m_x(t) = const;\ D_x(t) = const;\ K_x(t, t+\tau) = k_x(\tau), \qquad (4.1)$$

где, $K_x(t, t+\tau)$ -корреляционный момент между сечениями функции; $k_x(\tau)$ -значение корреляционной функции;

должна включать закон распределения случайной величины в одном из сечений и корреляционную функцию.

Основные положения теории стационарных случайных функций используются в ремонтном производстве при контроле и анализе технологических процессов дефектовки, восстановления деталей, сборки и др. Случайные процессы, которые могут быть сведены к стационарным, имеют место при послеремонтной эксплуатации машин и применяются для описания изменения ошибок механизмов, работающих при относительно стабильных режимах нагружения.

Для нестационарных случайных функций условия (4.1) не выполняются, поэтому прогнозные модели сложнее, однако, если законы распределения в сечениях функции являются предельными, то модель при решении частных задач может сводиться к двухмерному распределению вероятностей. Кроме того для уменьшения апостериорной дисперсии прогноза при безгранично делимых распределениях в сечениях функции может быть осуществлено каноническое разложение [146].

Предельные, устойчивые и безгранично делимые распределения упрощают разработку прогнозных моделей для многомерных случайных процессов, так как для получения функций условных математических ожиданий и дисперсий используют только числовые характеристики входящих в систему случайных величин, включая зависимые. При этом часть характеристик может быть найдена на основе анализа схем формирования случайных величин без выполнения трудоемких и дорогостоящих экспериментов. В случае адекватности функции условного математического ожидания данным эксперимента модель представляет собой множественное корреляционное уравнение, применяемое в качестве прогнозной модели, когда функция отклика формируется под влиянием зависимых факторов. На рис 4.1 представлена классификация моделей. разрабатываемых на основе предельных. устойчивых и безгранично делимых распределений.

Прогнозные модели метода предельных законов распределения

Законы распределения случайных величин

Регрессионные уравнения

Корреляционные уравнения

Случайные стационарные функции

Случайные нестационарные функции

Тенденции

К Р И Т Е Р И И

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{(\mu_i - np_i)^2}{np_i} < \chi^2(c,\alpha)$$

$$P(a/c,\alpha) = 1 - F_c(x(\alpha,c);a)$$

$$F < F_{KP}(\alpha, f_1, f_2);$$

$$f(x_K) \neq \prod_{i=1}^{K} f(x_i)$$

$$K_x(t,t+\tau) = k_x(\tau)$$

$$|r_{xy}| > 0(\alpha > 1 - P_\partial, f)$$

$$K_x(t,t+\tau) \neq k_x(\tau)$$

$$F < F_{KP}(\alpha, f_1, f_2);$$

$$f(x_K) = \prod_{i=1}^{K} f(x_i)$$

Рис. 4.1 Классификация прогнозных моделей предельных законов распределения.

4.2. ОПТИМИЗАЦИЯ ДОПУСКОВ РАЗМЕРОВ ДЕТАЛЕЙ, ВХОДЯЩИХ В РАЗМЕРНЫЕ ГРУППЫ ПРИ СЕЛЕКТИВНОЙ СБОРКЕ

При капитальном ремонте на сборку в общем случае поступают детали новые, восстановленные и повторно используемые. Распределение размеров деталей может быть описано в соответствии с правилом образования смесей [181]

$$f(v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\begin{array}{l}\dfrac{p_1}{\sigma_x}e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}+\dfrac{p_2}{\sigma_y}e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_y^2}}+\\ \dfrac{p_3}{\sigma_z}(e^{-\frac{(z-\bar{x}-\bar{u})^2}{2\sigma_u^2}}(\dfrac{1}{2}+\Phi(\dfrac{(z-\bar{x})\psi+\bar{u}/\psi}{\sigma_z}))+e^{-\frac{(z-\bar{x}-\bar{u})^2}{2\sigma_z^2}}(\dfrac{1}{2}+\Phi(\dfrac{(z-\bar{x})\psi-u/\psi}{\sigma_z})))\end{array}\right],$$

(4.2)

где p_1, p_2, p_3,-доли (относительные частоты) новых, реставрированных и повторно используемых деталей в совокупности, причем $p_1+p_2+p_3=1$; x, y, z, - значения размеров новых, реставрированных и повторно используемых деталей, мм; $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ - соответствующие им математические ожидания, мм; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ - соответствующие им средние квадратические отклонения, мм; u - величина износа, мм; $\bar{u}$ - математическое ожидание величины износа, мм; σ_u - среднее квадратическое отклонение величины износа, мм; ψ - отношение среднего квадратического отклонения величины износа к среднему квадратическому отклонению размеров новых деталей $\psi=\sigma_u/\sigma_x$.

Охватывающие и охватываемые детали образуют замыкающие звенья, распределенные либо по нормальному закону, либо по закону композиции нормального закона и закона модуля разности, либо по закону композиции двух законов модуля разности.

В результате обработки статистических данных получают функции $f(v_b)$, $f(v_a)$, зависящие от параметров исходных распределений и долей соответствующих деталей в совокупности (рис. 4. 2). Интервалы, ограниченные кривыми, характеризуют геометрические размеры охватывающих и охватываемых деталей, участвующих в сборке и сортируемых по размерным группам. Построение распределений для валов и отверстий дает возможность с приемлемой точностью найти число деталей в каждой группе. На рис. 4.2 $S_b = S_a$, но в общем случае $\delta_b \neq \delta_a$.

С целью решения проблемы незавершенного производства, достигающего 40 процентов как на заводах-изготовителях [175], так и на ремзаводах, установление границ размерных групп осуществляется, исходя из условия равенства количества сопрягаемых деталей в каждой размерной группе [32].

1. Определяют расчетные параметры для метода групповой взаимозаменяемости [6], в том числе $Z_{\min}, Z_{\max}, Z_{i,\max}$ и n - число размерных групп.

2. По оси абсцисс откладывают значения $Z_{\max}$ и δ_b и строят теоретическую кривую накопленных частот для вала, затем откладывают $Z_{\min}$ и строят кривую для отверстия.

3. Ось ординат делят на n частей в соответствии с числом размерных групп и проводят параллельные линии до пересечения с кривыми накопленных частот.

4. Из точек пересечения опускают перпендикуляры на ось абсцисс и находят численные значения допусков размерных групп. Условия построения предусматривают, что в размерных группах будет одинаковое число деталей (рис. 4. 3).

Устойчивость нормального закона, закона модуля разности и их композиций, а также устойчивость относительных частот, определяющих доли новых, реставрированных и повторно используемых деталей позволяют сводить число несопрягаемых деталей к минимуму, корректируя параметры распределений не чаще, чем один раз в год.

4.3. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ВРЕМЕННЫХ ЦЕПЕЙ. БАЛАНС СБОРОЧНОЙ ЛИНИИ

Отличительной особенностью серийного производства является дифференциация работ по операциям, выполняемым на специализированных рабочих местах, и наличие параллельных потоков. Помимо основного (наружная мойка автомобилей, разборка на агрегаты, очистка и мойка рам, их дефектовка и ремонт, общая сборка автомобилей, испытание и окраска) существует параллельный поток: мойка и разборка агрегатов, мойка деталей, их дефектовка и сортировка, восстановление и изготовление деталей. Параллельно общей сборке функционируют комплектовочный участок, участок сборки узлов и агрегатов, кроме того, на линии общей сборки могут быть параллельные посты.

Это позволяет сократить потребности в производственных площадях, приспособлениях и инструменте, оснастить рабочие места высокопроизводительным специализированным оборудованием, а главное, сократить продолжительность капитального ремонта. Наличие параллельных рабочих мест и бригадная организация труда позволяют избежать задержек и простоев на производственных участках, в том числе и на сборке, где объекты жестко между собой не связаны.

Это дает возможность рассматривать составляющие звенья временной цепи как независимые, а поскольку длительность трудовых процессов распределена нормально [196], то и замыкающее звено - продолжительность капитального ремонта также имеет нормальное распределение. Поэтому при решении прямой задачи - определение длительности процесса ремонта - имеют место равенства:

$$m\left(t_\Sigma\right) = \sum_{i=1}^{n} m\left(t_i\right) \qquad (4.3)$$

$$D\left(t_\Sigma\right) = \sum_{i=1}^{n} D\left(t_i\right) \qquad (4.4)$$

где $m(t_\Sigma)$, $D(t_\Sigma)$ - соответственно математическое ожидание и дисперсия продолжительности ремонта автомобиля; $m(t_i)$, $D(t_i)$ - то же, продолжительности пребывания автомобиля на i-ом участке основного потока; n - число участков основного потока.

Решение обратной задачи предполагает нахождение длительности пребывания автомобиля на участках при заданной продолжительности капитального ремонта, которая регламентируется нормативами, договорными обязательствами, производственной необходимостью.

Средние значения $\bar{t}_i$ определяются производительностью используемого оборудования и объемом работ, выполняемых вручную. Первая составляющая рассматривается как величина детерминированная, вторая - как случайная:

$$\bar{t}_i = t_{mi} + \bar{t}_{ip} \qquad (4.5)$$

где t_{mi} - время пребывания автомобиля на участке основного потока, зависящее от производительности оборудования; $\bar{t}_{ip}$ - среднее время выполнения вручную операций на i-ом участке.

Вычислив сумму средних значений случайных составляющих

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{t}_{ip} = m(t_\Sigma) - \sum_{i=1}^{n} \bar{t}_{mi} \qquad (4.6)$$

распределяют ее между участками пропорционально объемам работ, выполняемых вручную, используя весовые коэффициенты

$$K_i = T_{ip} / T_{p\Sigma} \qquad (4.7)$$

где T_{ip} - трудоемкость работ, выполняемых вручную, на i-ом участке, чел. -ч; $T_{p\Sigma}$ - суммарная трудоемкость работ, выполняемых вручную, на участках основного производства, чел. -ч.

Средняя продолжительность пребывания автомобиля на i-ом участке:

$$\bar{t}_i = K_i \cdot m(t_\Sigma) \qquad (4.8)$$

Суммарная дисперсия длительности пребывания автомобиля в ремонте распределяется между участками пропорционально квадратам весовых коэффициентов

$$D(t_i) = D(t_\Sigma) \cdot K_i^2 \Big/ \sum_{i=1}^{n} K_i^2 \qquad (4.9)$$

На основе схемы комплектования [175] технологический процесс сборки дифференцируется на операции, результатом выполнения которых являются сборочные единицы (подузлы n-ой ступени либо узлы), вводимые в состав изделия. После этого определяются варианты последовательности их ввода. Затем формируются комплексы работ на постах таким образом, чтобы продолжительность сборки на рабочих местах была одинакова или кратна при допускаемой ошибке, составляющей, в частности для мелкосерийного производства 15 процентов от такта.

Следовательно, задача сводится к минимизации числа постов, что равносильно максимизации времени пребывания изделия на каждом посту при ограничении, накладываемом тактом сборки, и может быть решена с помощью динамического рекуррентного соотношения [127]:

$$t_n = \max\left(t_1 + t_{n-1}\right) \qquad (4.10)$$

при $\tau - \varepsilon \le t_i \le \tau + \varepsilon$,

где t_n - продолжительность сборки изделия, соответствующая оптимальной стратегии в случае, когда до готовности изделию осталось пройти n постов, ч; t_1 - продолжительность выполнения операций, которые могут выполняться на посту n,ч; t_{n-1} - время сборки изделия на предыдущих постах, соответствующее оптимальной стратегии, ч; - такт (темп) сборки, ч; ε - допускаемая ошибка, ч; t_i - продолжительность пребывания машины на i-ом посту.

Реализация предложенной методики приведена в работе [174].

4.4. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВНЕЗАПНЫХ ОТКАЗОВ, НАСТУПАЮЩИХ ИЗ-ЗА ОТКЛОНЕНИЙ ОТ ТЕХНИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ РЕМОНТА АВТОМОБИЛЕЙ

Отказ в результате скачкообразного изменения параметра, определяющего работоспособность машины [7] квалифицируется как внезапный, поскольку происходит вследствие излома, деформации, повреждения или интенсивного износа деталей в течение весьма короткого промежутка времени и, как правило, без предвестника в виде монотонно возрастающего шума, стука, температуры, вибрации или снижения давления, мощности и т.п. Особое значение для ремонтного предприятия имеют отказы в период гарантийного срока, поскольку влекут неприятные последствия: рекламации и дополнительные материальные затраты.

Источниками нарушения работоспособности являются несовершенство технологии ремонта, низкий уровень технического обслуживания, несоблюдение правил эксплуатации и тяжелый режим работы машин.

Контроль всех параметров деталей из-за многочисленности возможных отклонений практически неосуществим ввиду большой трудоемкости и продолжительности при выполнении операций вручную и дороговизны оборудования при автоматизации. Контролируют только те поверхности, параметры и свойства, у которых вероятности несоответствия нормативам достаточно велики. В результате на сборку поступают детали, в том числе корпусные, имеющие внутренние и скрытые дефекты: микротрещины, раковины, деформации и другие погрешности, вызывающие концентрацию напряжений.

Способы восстановления деталей предполагают выполнение большого числа операций: подготовку, собственно реставрацию, механическую и термическую обработки, - основанных на разнообразнейших физических и химических процессах, чувствительных к нарушению режимов, приводящему, как правило, к изменению структуры металла и снижению износостойкости.

При сборке вследствие расширения полей допусков для рабочих поверхностей деталей, формирующих размерные цепи, могут иметь место замыкающие звенья с малым запасом точности и, наконец, не проявившие себя при испытании и обкатке просчеты, связанные с неудовлетворительной организацией процесса и использованием несовершенного инструмента, также могут повлечь внезапные отказы.

Уровень технического обслуживания и текущего ремонта (своевременное смазывание, регулирование, устранение неисправностей, замена быстроизнашивающихся деталей и др.) зависит от наличия диагностического оборудования, приспособлений и инструмента, материалов и запасных частей, квалификации персонала и организации процесса. Последствиями нарушений ТО и ТР является либо интенсивный износ, либо авария, которые неизбежны при неудовлетворительной организации ТО и ТР.

Низкие температуры в сочетании с большими нагрузками (работа на многолетнемерзлых грунтах или в карьерах строительных материалов, безгаражное хранение и т.п.) инициирует разрушение деталей, ухудшая условия смазывания, фильтрации и т.п., способствуя образованию царапин, задиров и заеданий. Одной из причин нарушения правил эксплуатации является неприспособленность персонала, машин и организации системы обслуживания к экстремальным условиям.

Указанные обстоятельства формируют случайные потоки изделий, отказывающих внезапно. Суммарный поток имеет интенсивность

$$\lambda=\sum_{i=1}^{7}\lambda_i, \qquad (4.11)$$

где $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\lambda_5,\lambda_6,\lambda_7$- интенсивности потоков отказов, вызванных соответственно пропуском дефектных, полученных с заводов-изготовителей, а также повторно используемых деталей на сборку, отклонениями от технологии при восстановлении, малым запасом точности замыкающих звеньев, грубыми просчетами при сборке, неудовлетворительным проведением ТО и ТР, работой в экстремальных условиях.

Поскольку составляющие независимы, суммарный поток всегда будет пуассоновским с экспоненциальным распределением времени между отказами, так как выполняются условия теоремы Хинчина.

Параметры $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ зависят от эффективности входного и приемочного контроля, основанных на статистических методах и поэтому предусматривающих вероятность ошибки, хотя и в пределах, как правило, не превышающих 0,05. Оптимальная вероятность брака, формирующего параметр λ_4, закладывается при расчете размерных цепей, что позволяет расширить поля допусков сопрягаемых поверхностей деталей при небольшом, до пяти процентов, риске получить выходящее за пределы допуска замыкающее звено. Параметр λ_5 может быть определен путем обработки наблюдений за процессом сборки.

Зная принятые на всех этапах ремонта возможные отклонения от технологии, можно рассчитать вероятное число дефектных изделий, которые и предопределяют поток внезапных отказов из-за нарушений технологии [103].

Среднее число отказов в течение планового периода

$$\lambda_{15} = P_{15} N / a,$$

где P_{15} - вероятность выпуска изделий с дефектами, вызывающими внезапный отказ; N - годовая программа выпуска изделий; a - число плановых периодов в году.

Вероятности наступления отказов в течение планового периода

$$P_m = \frac{(\lambda_{15} \Delta t)^m}{m!} e^{-\lambda_{15} \Delta t}, \qquad (4.12)$$

где λ_{15}- интенсивность потока отказов из-за нарушений технологии ремонта, представляющая собой сумму первых пяти слагаемых в формуле (4. 10); Δt - продолжительность планового периода; m - число отказов.

Ошибка прогноза определяется по статистическим данным, включающим рекламации, поступившие от эксплуатационников.

Типовые расчеты (приложение 5), связанные с прогнозированием внезапных отказов приведены в работе [191].

4.5 ТЕОРЕМЫ О ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ НА ОСНОВЕ СХЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ОБЪЕКТА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Применение многофакторных регрессионных зависимостей для прогнозирования показателей надежности машин, эксплуатируемых на фоне неуправляемых факторов, не всегда корректно, так как во многих случаях нарушаются предпосылки регрессионного анализа: независимость, некомплексность и фиксируемость факторов на нужных уровнях. Между тем множественные корреляционные уравнения предполагают использование корреляционных связей между факторами и не требуют их строгой фиксации. Уравнения можно рассматривать как математические ожидания многомерных случайных функций и применять для прогнозирования нестационарных процессов в исследованной области. Первый условный основной момент [197], выражающий зависимость случайной величины x_1 от совокупности факторов x_2, x_3, ... x_n

$$\gamma\left[x_1 / x_2, x_3, ..., x_n\right] = \sum_{g=2}^{n} \frac{R_{g1}^{g} \cdot R_{g1}^{0}}{R_{11}^{g-1} \cdot R_{11}^{g}}, \tag{4.13}$$

условная дисперсия

$$D\left[x_1 / x_2, x_3, ..., x_n\right] = D(x_1)\left[1 - \sum_{g=2}^{n} \frac{\left(R_{g1}^{g}\right)^2}{R_{11}^{g-1} \cdot R_{11}^{g}}\right], \tag{4.14}$$

причем

$$R^{g} = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & ... & r_{1g} \\ r_{21} & 1 & ... & r_{2g} \\ ... & ... & ... & ... \\ r_{g1} & r_{g2} & ... & 1 \end{vmatrix}, \tag{4.15}$$

$$R^{0} = \begin{vmatrix} \xi_1 & \xi_2 & ... & \xi_g \\ r_{21} & 1 & ... & r_{2g} \\ ... & ... & ... & ... \\ r_{g1} & r_{g2} & ... & 1 \end{vmatrix}, \tag{4.16}$$

где r_{ij} -коэффициенты корреляции для случайных величин X_i и X_j; R_{ij}^{g} и R_{ij}^{0} -миноры определителей (4.13), (4.14) для элементов r_{ij};

$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_g$ -нормированные значения случайных величин $X_1, X_2, \ldots, X_g$

$$\xi_g = \left(X_g - m_g\right)/\sigma_g. \qquad (4.17)$$

Переход к значениям условных математических ожиданий от условных основных моментов осуществляется по формуле

$$\hat{X}_{1/2,3,\ldots,n} = \overline{X}_1 + \gamma_{1/2,3,\ldots,n} \cdot \sigma_1, \qquad (4.18)$$

где $\overline{X}_1$ -оценка математического ожидания величины X_1; σ_1-её среднее квадратическое отклонение.

Применение приведенных формул для прогнозирования изменения величин ошибок механизмов или их наработок предполагает нахождение числовых характеристик, в частности r_{ij} , по результатам эксперимента, что возможно не для всех X_i с достаточной точностью.

Однако имеют место случаи, когда факторы, от которых зависит X_i, могут быть проконтролированы. Тогда, используя теоремы о числовых характеристиках [2] и теоремы, сформулированные ниже, нетрудно найти корреляционные моменты и, следовательно, коэффициенты корреляции.

1. Корреляционный момент величин U и V, образованных по схеме $U=Y+X$ и $V=Z+X$ равен дисперсии их общей составляющей X, если X, Y, Z независимы.

Доказательство.

По определению корреляционного момента

$$K(U,V) = M\left[\left(U - m_U\right)\left(V - m_V\right)\right] = M\left[\left(X + Y - m_X - m_Y\right)\left(Z + X - m_Z - m_X\right)\right],$$

произведя умножение и учитывая, что $M\left(X^2\right) = D(x) + m_x^2$,

$M\left(XZ\right) = K\left(XZ\right) + m_x m_z$, $M\left(XY\right) = K\left(XY\right) + m_x m_y$, $M\left(ZY\right) = K\left(ZY\right) + m_z m_y$, и

принимая во внимание, что корреляционный момент независимых случайных величин равен нулю, получим

$$K(U,V) = D(x). \qquad (4.19)$$

2. Корреляционный момент величин U и V, образованных по схеме $U=XY$ и $V=X+Z$, где X, Y, Z -независимые случайные величины,

равен произведению дисперсии их общей составляющей и математического ожидания величины Y, входящей в произведение.

Доказательство.

$$K(U,V) = M\left[\left(XY - m_x m_y\right)\left(X + Z - m_x - m_z\right)\right].$$

Учитывая, что для независимых случайных величин

$$M[X^2Y] = M[X^2]M[Y], \qquad M[XYZ] = M[X]M[Y]M[Z],$$

после умножения и приведения подобных членов, получим

$$K(U,V) = m_y D(x). \qquad (4.20)$$

3. Корреляционный момент величин U и Y, образованных по схеме $U=aXY$, $V=bXZ$, где X, Y, Z -независимые случайные величины, равен произведению дисперсии их общей составляющей и математических ожиданий величин, входящих в произведение.

Доказательство.

$$K(U,V) = abM\left[\left(XY - m_x m_y\right)\left(XZ - m_x m_z\right)\right] =$$
$$abM\left[X^2YZ - XYm_x m_z - XZm_x m_y + m_x^2 m_y m_z\right].$$

Прибавив и отняв в выражении в скобках величину $2XYZm_X$, получим

$$K(U,V) = abm_z m_y D(x). \qquad (4.21)$$

4. Корреляционный момент величин U и Z, образованных по схеме $U=ax+b$, $Z=cx+d$, равен произведению их общей составляющей и коэффициентов при аргументах.

Доказательство.

$$K(U,Z) = M\left[\left(ax+b-am_x-b\right)\left(cx+d-cm_x-d\right)\right] =$$
$$M\left[\left(ax-am_x\right)\left(cx-cm_x\right)\right] = acM\left(x-m_x\right)^2 = acD(x). \qquad (4.22)$$

5. Корреляционный момент величин, образованных по схеме $\hat{U} = ax + b,\ \hat{Z} = cx + d$ и, следовательно, связанных регрессионной зависимостью с величиной X, равен произведению дисперсии их общей составляющей и коэффициентов при аргументах.

Доказательство.

Представив уравнения регрессии в виде $\hat{U} = (ax+b)+V_1$, $\hat{Z} = (cx+d)+V_2$, где *(ax+b)* и *(cx+d)* -неслучайные функции, V_1 и V_2 -независимые случайные величины с математическими ожиданиями равными нулю, имеем

$$K(UZ) = M\Big[\big(ax+b+V_1-am_x-m_b-m_{V_1}\big)\big(cx+d+V_2-cm_x-m_d-m_{V_2}\big)\Big] \ ,$$

поскольку $m_b=b$, $m_{V1}=0$, $m_{V2}=0$ по условию, $m_d=d$, получим $K(UZ) = M\big[(ax-am_x+V_1)(cx-cm_x+V_2)\big]$,так как V_1 и V_2 независимы, $M(V_1V_2) = K(V_1V_2) = 0$, а поскольку $M(V_1) = M(V_2) = 0$, то произведения. куда входят величины V_1 и V_2 также равны нулю, поэтому

$$K(U,Z) = acD(x), \tag{4.23}$$

6. Если случайные величины образованы по схеме $V = U + Z$, где $U = ax+b$, $Z = cx+d$,то

$$K(U,V) = \left(a^2+ac\right)D(x). \tag{4.24}$$

Доказательство.

$$K(U,Z) = M\Big[\big(ax+b+cx+d-am_x-cm_x-b-d\big)\big(ax+b-am_x-b\big)\Big] =$$

$$= M\Big[\big(ax+cx+-am_x-cm_x\big)\big(ax-am_x\big)\Big] = M\{[a(x-m_x)+c(x-m_x)]\times$$

$$\times a(x-m_x)\} = aM\Big[(a+c)(x-m_x)^2\Big] = (a+c)aM\Big[(x-m_x)^2\Big] = \left(a^2+ac\right)D(x).$$

7. Если случайные величины образованы по схеме $W = \hat{U} + \hat{Z}$, где $\hat{U} = ax+b$, $\hat{Z} = cx+d$, -уравнения регрессии с дисперсиями неадекватности $S^2_{ад}(U)$ и $S^2_{ад}(Z)$,то $K(W,U) = \left(a^2+ac\right)D(x)+S^2_{ад}(U)$.

Доказательство.

Приняв $\hat{U} = ax+b+V_1$, $\hat{Z} = cx+d+V_2$, имеем

$$K(W,U) = M\Big[\big(ax+b+V_1+cx+d+V_2-am_x-b-cm_x-d\big)\big(ax+b+V_1-am_x-b\big)\Big],$$

поскольку $m_{V_1} = m_{V_2} = 0$; $M(V_1V_2) = K(V_1V_2) = 0$, ибо V_1 и V_2 -независимые случайные величины с математическими ожиданиями, равными нулю и дисперсиями $D(V_1) = S^2_{ад}(U)$, $D(V_2) = S^2_{ад}(Z)$.

$$K(W,U) = M\left(a^2x^2 - a^2m_x^2 + V_1^2 + acx^2 - a^2xm_x + a^2m_x^2 - 2acxm_x + acm_x^2\right) =$$
$$= \left(a^2 + ac\right)D(x) + D(V_1). \qquad (4.25)$$

8. Если случайные величины X и Y связаны регрессионной зависимостью $\hat{y} = ax + b$, то дисперсия $D(y)$ равна сумме $a^2D(x)$ и дисперсии случайной составляющей.
Доказательство.

Представив уравнение регрессии в виде

$$\hat{y} = (ax + b) + V,$$

где $(a\ x\ +\ b)$ -неслучайная функция; V -случайная величина с математическим ожиданием, равным нулю, имеем

$$D(y) = M\left[\left(ax + b + V - am_x - b - m_V\right)^2\right] = M\left[\left(ax + V - am_x\right)^2\right],$$

поскольку $m_V=0$ по условию. После возведения в квадрат и приведения подобных членов имеем

$$D(y) = a^2D(x) + M\left(V^2\right), \qquad (4.26)$$

где $M(V^2)=D(V)$ -дисперсия случайной составляющей, в качестве которой выступает либо большая из дисперсий неадекватности и воспроизводимости уравнения регрессии, либо их среднее значение, так как по условию они однородны.

4. 6. СЛУЧАЙНЫЕ ФУНКЦИИ. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАРАБОТОК ДО ПЕРВОГО ОТКАЗА КАПИТАЛЬНО ОТРЕМОНТИРОВАННЫХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ АВТОМОБИЛЯ ЗИЛ-130

Дискретные наблюдения за изменением параметра у множества изделий позволяют охарактеризовать случайную функцию последовательностью n распределений. Оценки числовых характеристик функции: математического ожидания, дисперсии, автокорреляционной функции - находят по общеизвестной методике [2]. При нормальном распределении параметра и линейной связи его с наработкой обе величины (параметр и наработка) имеют предельное нормальное распределение в сечениях случайной функции, обладающее свойствами устойчивости и безграничной делимости (рис. 4.5 и 4.6). Прогнозирование наработки до отказа осуществляется с использованием формулы [147]

$$t^{ps} = \frac{K(\theta,t)}{D_0}(\theta_{10} - m_0) + m_t + V_t, \qquad (4.27)$$

где t^{ps} - прогнозируемая наработка, тыс.км; $\frac{K(\theta,t)}{D_0}(\theta_{10} - m_0) + m_t$ - условное математическое ожидание наработки, тыс.км; $K(\theta,t)$ - корреляционный момент между начальной ошибкой механизма и наработкой до отказа, мин. тыс.км; D_0 - дисперсия параметра при $t = 0$; θ_{10} -начальная ошибка механизма конкретного изделия; m_0 - математическое ожидание начальной ошибки механизма; m_t - математическое ожидание наработки, тыс. км; V_t - случайная величина, учитывающая рассеивание наработки, с условной дисперсией D_V^{ps}, (тыс. км)^2;

$$D_V^{ps} = D_t - \frac{[K(\theta,t)]^2}{D_0}, \qquad (4.28)$$

где D_t - дисперсия наработки изделий до первого отказа, (тыс. км)^2.

Для коробок передач автомобиля ЗИЛ-130, во многих случаях износный отказ наступает в результате самовыключения передачи, в частности, для автобусов - четвертой. Самовыключение наступает при выходе за пределы допуска замыкающих звеньев размерных цепей:

- угла поворота вторичного вала при фиксированном положении первичного, параметр θ_1;
- осевых зазоров между элементами на вторичном валу КП, параметр θ_2;
- размерных цепей, определяющих усилие переключения передачи, параметр θ_3;
- величины перекоса первичного вала относительно оси коленчатого вала двигателя, параметр θ_4.

В качестве диагностического параметра наиболее подходящим является “угол поворота”, так как он всегда распределен нормально (в его размерную цепь входит более пяти звеньев), включает в себя ошибки деталей, замена которых при достижении предельного состояния требует полной разборки КП, около 80 процентов отказов по причине самовыключения четвертой передачи происходит из-за накапливающихся повреждений в этой размерной цепи. Этот параметр несет максимальную информацию о состоянии элементов, входящих в состав механизма, его измерение удобно и доступно [7].

Дисперсия прогноза может быть уменьшена путем канонического разложения функции $t(\theta_1)$, модель которого представлена формулами (4.29), (4.30), (4.31)

$$t(\theta_1) = m(t) + \sum_{i=1}^{n} V_i \varphi_i(t), \qquad (4.29)$$

где *m(t)*-математическое ожидание функции; $\varphi_i(t)$-координатные функции; V_i-некоррелированные случайные величины с математическим ожиданием, равным нулю.

Разложение корреляционной функции

$$K(\theta, t) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\theta)\varphi_i(t) D_i, \qquad (4.30)$$

где D_i -дисперсия случайной величины V_t.
Дисперсия случайной функции

$$D_t = \sum_{i=1}^{n} j_i(t)^2 D_i. \qquad (4.31)$$

В качестве координатных функций могут быть приняты регрессионные линейные уравнения $t_i = a_i\theta_1 + b_i$, описывающие изменение наработки в зависимости от условий движения (в городе, в пригородной зоне, за городом). В соответствии с формулой (4. 31) и теоремой о дисперсии линейной функции

$$D_i = a_i^2 D_t. \qquad (4.32).$$

Рассматривая коэффициенты a_i как весовые коэффициенты, находят сумму квадратов весов и нормируют их при выполнении условия $\sum D_i = D_t$. Разлагая корреляционный момент в соответствии с весовыми коэффициентами, в качестве которых принимаются значения координатных функций при предельных наработках, получают соответствующие величины $K_i(\theta_1, t)$ и подставляют в формулы (4. 27) и (4. 28) для вычисления прогнозируемых параметров. Минимальная наработка до первого отказа при уровне значимости α составит

$$t^{ps} = m_t^{ps} - x_\alpha \sqrt{D_V},$$

где x_α-квантиль нормального распределения.

Реализация изложенной методики приведена в работах [33, 34, 35, 36, 37], расчеты даны в приложении 6.

4.7. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ РЯДОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ СЛУЧАЙНЫХ АРГУМЕНТОВ

Формулы для нахождения законов распределения функций случайных аргументов, в частности, (2,13) и (2.14) сложны и неудобны для практического использования, потому что при формировании моделей на цифровых ЭВМ распределения аргументов, даже когда они являются предельными, нужно задавать в виде рядов. При оперировании с мгновенными распределениями аргументов (в случае выполнения условий (2.1), (2,2), (2.4), (2.5), (2.8), (2.9), (2.10), (2.11)) они также задаются рядами распределения, вероятности которых чаще всего являются относительными частотами, найденными по результатам наблюдений, и по сути представляют максимально правдоподобные оценки неизвестных вероятностей. Правила вычисления вероятностей ряда распределения функции при заданных рядах распределения аргументов просты и удобны при составлении машинных программ [164].

1. При сложении двух независимых случайных величин X и Y вероятность величины $Z = X + Y$ в интервале $K = i + j$ равна

$$P_k = \sum_{k=i+j} P_i P_j \ . \qquad (4.33)$$

2. При вычитании двух независимых случайных величин вероятность величины $Z = X - Y$ в интервале $K = i - j$ равна

$$P_k = \sum_{k=i+j} P_i P_j \qquad (4.34)$$

3. При умножении случайной величины X на неслучайную величину c вероятности P_j значений $Y = cX$ равны P_i в интервалах $y_j = cx_i$.

4. При возведении в степень случайной величины X вероятности P_j величины $Y = X^c$ равны P_i в интервалах $y_i=cx_i$.

5. Если случайная величина Y связана функциональной зависимостью с X, то вероятности P_j величины $Y = f(X)$ равны P_i в интервалах $y_i = f(x_i)$.

6. Если случайная величина Y связана регрессионной зависимостью с X или Y - случайная функция X, то зависимость представляется в виде суммы $Y = f(x) + V$, где $f(x)$ - неслучайная функция; V- случай-

ная величина с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией, равной дисперсии неадекватности, если имеет место регрессионная зависимость, или дисперсии воспроизводимости опытов, если Y $f(X)$ - случайная функция.

Затем выполняют действия в соответствии с предыдущим пунктом. Полученный ряд распределения складывают со случайной величиной V. Размах варьирования случайной величины делят на интервалы таким образом, чтобы они были равны (или кратны) интервалам найденного ряда.

В табл. 4.1 приведены абсциссы середин интервалов и соответствующие вероятности для нормально распределенной величины V , рассчитанные так, чтобы имело место совпадение дисперсии случайной величины V с дисперсией неадекватности или воспроизводимости и равенство нулю ее математического ожидания.

Таблица 4.1

Значения вероятностей в интервалах и абсциссы их середин для нормально распределенной величины

Число интервалов	Значения вероятностей в интервалах и абсциссы середин интервалов					
2	0,5; σ	0,5; σ				
3	0,16;1,768σ	0,68;0	0,16;1,768σ			
4	0,09;1996σ	0,41;0,587σ	0,41;0,587σ	0,09;1996σ		
5	0,02;2,635σ	0,25;1,255σ	0,5;0	0,25;1,255σ	0,02;2,635σ	
6	0,02;2,85σ	0,14;1,43σ	0,34;0,39σ	0,34;0,39σ	0,14;1,43σ	0,02;2,85σ

Использование приведенных выше правил дает возможность решать многие задачи повышения работоспособности автомобилей.

4.8. РАСЧЕТ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЕМОНТНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ КАК СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Случайность характеристик потоков автомобилей, проходящих ремонт, предопределена широким варьированием режимов работы, эффективности обслуживания, квалификации водителей и других факторов, обуславливающих качество функционирования эксплуатационного предприятия при относительно небольших группах машин одной модели, составляющих парк. Поскольку, как пишет К.Маркс, “...изготовление данного количества продукта в течение данного рабочего времени становится техническим законом самого процесса производства” [198], ремонтное предприятие должно быть приспособлено к постоянно меняющейся ситуации на фоне собственных больших вариаций трудоемкости восстановления деталей и процессов сборки.

С другой стороны, должна иметь место максимальная эффективность на основе упорядоченности и регулярности потоков обслуживания, ибо слова В.И. Ленина: "Повышение производительности труда составляет одну из коренных задач...",- остаются актуальными по сей день [199] .

Эти обстоятельства делают неприменимыми известные модели массового обслуживания [126,128,129], так как в рассматриваемой системе промежутки времени между поступлениями автомобилей одной модели в ремонт и продолжительность ремонта распределены по произвольным законам и отсутствует установившийся режим работы предприятия.

Поэтому показатели ремзавода, цеха, участка: программу, продолжительность простоя в ремонте, длину очереди, время ожидания, а также характеристики выходящего потока естественно находить путем анализа схемы возможных состояний. Такой подход позволит использовать дополнительную информацию, получаемую на основе прогноза законов распределения числа поступлений на предстоящий плановый период, продолжительности ремонта автомобилей и длины очереди, образующейся к началу планового периода. Даже при совпадении характеристик потоков с известными моделями теории массового обслуживания расчет показателей предприятия по предлагаемой методике даст возможность избежать ошибок аппроксимации и разработать более простые программы для вычисления их на ЭВМ, Как было показано ранее, случайный входящий поток при выполнении условия (2.4) приводит к постоянной величине, какой является программа предприятия.

Основной характеристикой входящего потока является плотность λ - среднее число автомобилей, поступающих в ремонт в течение планового периода Δt. Производительность предприятия μ - среднее число автомобилей, которые могут быть отремонтированы в течение, их отношение $\lambda/\mu=\rho$ - загрузка предприятия оптимизируется, исходя из минимума потерь от простоя автомобилей в ожидании ремонта, что имеет место при больших значениях μ и, следовательно, малых ρ, минимума потерь от простоя производственных мощностей ремонтного предприятия, что реализуется при значениях ρ, близких к единице.

Рассматривая продолжительность ремонта как случайную (из-за существенных различий технического состояния ремфонда) произвольно распределенную величину, показатели системы вычисляются в предположении, что оценка для закона распределения числа ремонтируемых автомобилей в течение Δt известна.

Пусть заданы соответствующие законы распределения вероятностей для планового периода Δt.

Таблица 4.2

Ряд распределения вероятностей числа автомобилей, поступающих в ремонт в течение планового периода

Число поступлений	$X_{т0}$	$X_{т1}$	$X_{т2}$	…	$X_{тj}$	…	$X_{тm}$
Вероятности	$P_{т0}$	$P_{т1}$	$P_{т2}$	…	$P_{тj}$	…	$P_{тm}$

Таблица 4.3

Ряд распределения вероятностей числа ремонтируемых автомобилей в течение планового периода

Число ремонтов	$X_{р0}$	$X_{р1}$	$X_{р2}$	…	X_{pq}	…	X_{pl}
Вероятности	$P_{р0}$	$P_{р1}$	$P_{р2}$	…	P_{pq}	…	P_{pl}

Здесь X_{TJ}, P_{TJ}, X_{Pq}, P_{Pq} – состояние системы, когда в ремонт поступает j автомобилей и соответствующие им вероятности, а также состояния, при которых может быть обслужено q автомобилей, и вероятности этих событий.

В табл. 4.4 произведение вероятностей $P_{TJ}P_{Pq}$ - вероятность того, что в ремонт пришло j автомобилей при возможностях системы отремонтировать q автомобилей в течение (потоки поступления и обслуживания независимы).

Очевидно, что вероятности для автомобилей, остающихся в системе на конец рассматриваемого Δt, зависят от $\Delta X_{\Delta} = X_T - X_P$ и числа автомобилей K, находившихся в системе перед началом планового периода. Пусть K = 0, тогда вероятность того, что в системе останется i автомобилей, вычисляется суммированием элементов табл.4.4 по направлению левых диагоналей (снизу влево вверх) в соответствии с формулой (4.35)

$$P_i = \sum_{\substack{i=j-q \\ i>0}} P_{Tj} P_{Pq} \qquad (4.35)$$

Таблица 4.4

Закон распределения системы входящего потока и потока обслуживания

X_p		X_{p0}	X_{p1}	X_{p2}	…	X_{pq}	…	X_{pl}
Хт	Р	P_{p0}	P_{p1}	P_{p2}	…	P_{pq}	…	P_{pl}
$X_{т0}$	$P_{то}$	$P_{то}P_{po}$	$P_{то}P_{p1}$	$P_{то}P_{p2}$	…	$P_{т0}P_{pq}$	…	$P_{т0}P_{pl}$
$X_{т1}$	$P_{т1}$	$P_{т1}P_{p0}$	$P_{т1}P_{p1}$	$P_{т1}P_{p2}$	…	$P_{т1}P_{pq}$	…	$P_{т1}P_{pl}$
$X_{т2}$	$P_{т2}$	$P_{т2}P_{p0}$	$P_{т2}P_{p1}$	$P_{т2}P_{p2}$	…	$P_{т2}P_{pq}$	…	$P_{т2}P_{pl}$
…	…	…	…	…	…	…	…	…
$X_{тj}$	$P_{тj}$	$P_{тj}P_{po}$	$P_{тj}P_{p1}$	$P_{тj}P_{p2}$	…	$P_{тj}P_{pq}$	…	$P_{тj}P_{pl}$
…	…	…	…	…	…	…	…	…
$X_{тm}$	$P_{тm}$	$P_{тm}P_{po}$	$P_{тm}P_{p1}$	$P_{тm}P_{p2}$	…	$P_{тm}P_{pq}$	…	$P_{тm}P_{pl}$

Вероятность того, что в системе не будет автомобилей, вычисляется суммированием элементов диагонали, характеризующей отсутствие автомобилей в системе на конец планового периода при равном числе поступивших и отремонтированных автомобилей и всех остальных диагоналей, находящихся выше и правее и характеризующих отсутствие автомобилей в системе при $j \leq q$:

$$P_0 = \sum_{i \leq q} P_{Tj} P_{Pq} . \qquad (4.36)$$

При $K>0$ вероятность того, что в системе останется i автомобилей определится суммированием диагональных элементов табл.4.4, если состояния системы будут записаны с учетом K (в первом столбце значения X_{Tj} заменяются на X_{Tj+K}), или по формуле:

$$P_i = \sum_{i=K+j-q} P_{Tj} P_{Pq} \qquad (4.37)$$

Суммируя элементы, для которых, вычисляют вероятности отсутствия автомобилей в системе.

Ряд распределения выходящего потока определяется суммированием элементов табл.4.4 по полупериметру в соответствии с формулой:

$$P_{вi} = \sum_{q,i=j}^{m} \sum_{j,i=q}^{l} P_{Tj} P_{Pq}. \qquad (4.38)$$

В течение планового периода (одного месяца) в Тресте механизации и благоустройства в ремонт поступают автомобили КамАЗ-5511 с плотностью входящего потока λ = 2,8 автомоб./мес. (ряд распределения X_T - первые два столбца табл. 4.5.). Производительность предприятия μ = 3,3 автомоб./мес., ряд распределения X_P - первые две строки табл.4.5.Требуется при K = 0 найти законы распределения числа автомобилей, остающихся в системе на конец Δt, недогрузки предприятия, выходящего потока, а также среднюю длину очереди, среднее время ожидания в очереди и величину годовой программы ремонтного цеха.

Для решения задачи вычисляются вероятности $P_{Tj} P_{Pq}$ по правилу умножения вероятностей независимых событий (табл.4.5).

Таблица 4.5

Закон распределения системы $P(X_T, X_P)$

$X_р$,шт.		2	3	4
$X_т$, шт.	P	0,20	0,30	0,5
1	0,09	0,018	0,027	0,045
2	0,26	0,052	0,078	0,130
3	0,41	0,082	0,123	0,205
4	0,24	0,048	0,072	0,120

Вычисляя $\Delta X = X_T - X_P$, получают табл.4.6.

Таблица 4.6

Ряд распределения $P(X_T - X_P)$

ΔX,шт.	2	1	0	-1	-2	-3
P	0,048	0,154	0,295	0,301	0,157	0,045

Вероятность того, что все поступившие автомобили будут отремонтированы, в соответствии с (4.36) и суммой четырех последних значений табл.4.6

$$P_0 = 0{,}045 + 0{,}157 + 0{,}301 + 0{,}295 = 0{,}798.$$

С учетом этого и вычислений по формуле (4.35) записывается табл. 4.7.

Таблица 4.7

Ряд распределения автомобилей, остающихся не отремонтированными на конец планового периода

Число автомобилей, шт.	0	1	2
Вероятности	0.798	0.154	0,048

Суммируя первые четыре значения табл.4.6, получают вероятность полной загрузки предприятия и табл.4.8

$$P_n = 0{,}048 + 0{,}154 + 0{,}295 + = 0{,}497.$$

Таблица 4.8

Ряд распределения недогрузки предприятия

Число автомобилей, шт	0	1	2	3
Вероятности	0,497	0,301	0,157	0,045

Суммируя элементы табл.4.5 в соответствии с формулой (4.38), получают табл.4.9.

Таблица 4.9

Ряд распределения выходящего потока

Число автомобилей, шт.	1	2	3	4
Вероятности	0,090	0,390	0,400	0,120

Ряд распределения автомобилей, ожидающих ремонта, для одноканальной однофазовой системы может быть получен из табл.4.7 с учетом того, что $n_0=n-1$, где n_0, n - соответственно число автомобилей в очереди и в системе.

Таблица 4.10

Ряд распределения автомобилей, находящихся в очереди

Число автомобилей, шт.	0	1
Вероятности	0,952	0.048

Зная законы распределения как исчерпывающие характеристики искомых показателей, нетрудно найти их средние значения, дисперсии и др. Среднее число автомобилей, остающихся не обслуженными на конец планового периода:

$$L = 1 \bullet 0{,}154 + 2 \bullet 0{,}048 = 0{,}25 \text{ шт.},$$

Средняя длина очереди и среднее время ожидания в очереди

$$L_0 = 1 \bullet 0{,}048 = 0{,}048 \text{ шт.},$$

$$W = 0{,}048/3{,}3 = 0{,}015 \text{ мес.}$$

Среднее число машин, ремонтируемых в течение планового периода

$$N_P = 1 \bullet 0{,}09 + 2 \bullet 0{,}39 + 3 \bullet 0{,}40 = 2{,}55 \text{ шт.}$$

Годовая программа равна произведению N_P и числа плановых периодов в году, она составляет 31 автомобиль. Ошибка в соответствии с формулой (3.12) при $P_д = 0{,}8$ дисперсии выходящего потока $D^*_г = 12^2 \cdot 0{,}667 = 96{,}1$ кв.ед. равна 4 автомобилям.

4.9 РАСЧЕТ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПРОЦЕССА ПОТОЧНОЙ СБОРКИ

Жесткая регламентация продолжительности процессов и дифференциация их на операции и переходы, выполняемые на специализированных рабочих местах, расположенных в технологической последовательности и образующих поточную линию, является отличительной чертой крупносерийного и массового производства.

Несмотря на исключение из потока большинства операций, связанных с пригоночными и регулировочными работами, время пребывания объектов сборки на рабочих местах имеет случайный характер, хотя и в меньшей степени, чем в серийном производстве.

Рассматривая продолжительность сборки как замыкающее звено временной цепи [174], а промежутки времени пребывания объекта на постах как составляющие звенья, необходимо учитывать, что

$$T_k = T_{0k} + T_{npk}, \qquad (4.39)$$

где T_k - продолжительность пребывания объекта на k-ом рабочем месте; T_{ok} - продолжительность выполнения комплекса работ на k-ом рабочем месте; T_{npk} - продолжительность задержки.

$$T_{npk} = T_{k+1} - T_{0k} \qquad (4.40)$$

при $T_{k+1} > T_{ok}$ имеет место простой k-го поста, при $T_{k+1} < T_{ok}$ – простой $k + 1$ поста, при $T_{k+1} = T_{oi}$ имеет место ритмичная работа.

Приведенные соотношения двух соседних постов характерны для поточной линии из n рабочих мест: в случае задержки объекта на посту $k+1$ (при отсутствии параллельных) время пребывания объекта на посту k ,будет $T_k \geq T_{k+1}$, если даже операция будет выполнена раньше. Если задержка будет на одном из следующих постов $k+q$, то T_k и T_{k+q} будут существенно коррелированны. Относительная задержка на последнем посту существенно влияет на продолжительность пребывания на всех предыдущих.

Ниже приводится последовательность нахождения законов распределения продолжительности процессов сборки.

Пусть заданы распределения времени выполнения комплексов работ $P(T_{ok})$ на n постах линии сборки, тогда для последнего поста, поскольку объект сходит с линии,

$$T_n = T_{on}, \qquad (4.41)$$

где T_n – продолжительность пребывания объекта на последнем посту; T_{on} – продолжительность выполнения на нем комплекса работ.

Т.е. время нахождения на последнем посту - это время выполнения операции.

Для предпоследнего поста время пребывания объекта в соответствии с формулой (4.39) должно определяться с учетом задержек, поскольку время выполнения операций варьирует (табл.5.11 и 5.12).

Таблица 4.11

Ряд распределения времени выполнения последней операции, равное продолжительности пребывания объекта на последнем посту.

T_n	t_{n1}	t_{n2}	…	t_{ni}	…	t_{nm}
P	p_{n1}	p_{n2}	…	p_{ni}	…	P_{nm}

Таблица 4.12

Ряд распределения времени выполнения операции на предпоследнем посту

$T_{0,n-1}$	$t_{0,n-1,1}$	$t_{0,n-1,2}$	…	$t_{0,n-1,j}$	…	$t_{0,n-1,m}$
P	$p_{0,n-1,1}$	$p_{0,n-1,2}$	…	$p_{0,n-1,j}$	…	$p_{0,n-1,m}$

Так как промежутки времени выполнения операций на рабочих местах независимы, распределение системы находится по теореме умножения вероятностей независимых событий (табл.4.13).

Таблица 4.13

Закон распределения системы $P(T_{0,n-1},T_n)$

$T_{0,n-1}$	$P_{0,n-1}$	T_n					
		t_{n1}	t_{n2}	…	t_{ni}	…	t_{nm}
		P_n					
		p_{n1}	p_{n2}	…	p_{ni}	…	p_{nm}
$t_{0,n-1,1}$	$p_{0,n-1,1}$	$P_{n1}p_{0,n-1,1}$	$p_{n2}p_{0,n-1,1}$	…	$p_{ni}p_{0,n-1,1}$	…	$P_{nm}\ p_{0,n-1,1}$
$t_{0,n-1,2}$	$p_{0,n-1,2}$	$p_{n1}p_{0,n-1,2}$	$p_{n2}p_{0,n-1,2}$	…	$p_{ni}p_{0,n-1,2}$	…	$P_{nm}\ p_{0,n-1,2}$
…	…	…	…	…	…	…	…
$t_{0,n-1,j}$	$p_{0,n-1,j}$	$p_{n1}p_{0,n-1,j}$	$p_{n2}p_{0,n-1,j}$	…	$p_{ni}p_{0,n-1,j}$	…	$p_{nm}\ p_{0,n-1,j}$
…	…	…	…	…	…	…	…
$t_{0,n-1,m}$	$p_{0,n-1,m}$	$p_{n1}p_{0,n-1,m}$	$p_{n2}p_{0,n-1,m}$	…	$p_{ni}p_{0,n-1,m}$	…	$P_{nm}\ p_{0,n-1,m}$

Когда работы выполняются на линии, продолжительность пребывания объекта на n-1 посту зависит от t_{ni} .

При $t_{n,i-1}<t_{ni}<t_{n,i+1}$ *и* $t_{n-1,j-1}<t_{n-1,j}<t_{n-1,j+1}$, равной величине интервалов $t_{ni}=t_{n-1,j}$ и равном их числе $\sum i = \sum j$

$$P_{n-1,j} = \begin{cases} P_{ni} P_{n-1} npu t_{ni} < t_{0,n-1,j}, \\ 0 npu t_{ni} > t_{0,n-1,j}, \\ \sum_{j=1}^{i=j} P_{ni} P_{0,n-1,j}. \end{cases} \qquad (4.42)$$

В соответствии с (4.42) находят вероятности для закона распределения системы $P(T_{n-1,n})$

Таблица 4.14

Закон распределения $P(T_{n-1},T_n)$

T_{n-1}	P_{n-1}	T_n					
		t_{n1}	t_{n2}	…	t_{ni}	…	t_{nm}
		P_n					
		p_{n1}	p_{n2}	…	p_{ni}	…	p_{nm}
$t_{n-1,1}$	$P_{n-1,1}$	$P_{n1}p_{0,n-1,1}$	-	-	-	-	-
$t_{n-1,2}$	$P_{n-1,2}$	$p_{n1}p_{0,n-1,2}$	$\sum^{j=2} P_{n2} P_{0,n-1,j}$	-	-	-	-
…	…	…	…	…	-	-	-
$t_{n-1,j}$	$P_{n-1,j}$	$p_{n1}p_{0,n-1,j}$	$p_{n2}p_{0,n-1,j}$	…	$\sum^{j=i} P_{n2} P_{0,n-1,j}$	-	-
…	…	…	…	…	…	…	-
$t_{n-1,m}$	$P_{n-1,m}$	$p_{n1}p_{0,n-1,m}$	$p_{n2}p_{0,n-1,m}$	…	$p_{n}p_{0,n-1,m}$	…	$\sum^{j=m} P_{n2} P_{0,n-1,j}$

В первых двух столбцах табл. 4.14 представлен ряд распре-

деления $P(T_{n-1})$, полученный путем суммирования строк табл.4.14.

$$P_{n-1,j} = \sum_{i=1}^{i=j} P_{ni} P_{0,n-1,j} \qquad (4.43)$$

Вероятности ряда распределения продолжительности сборки на двух последних постах $P(T_{n-1}+T_n)$ можно найти, суммируя диагональные элементы табл.4.14 с равными значениями

$t_{n-1,j} + t_{ni}$.

Распределения продолжительности сборки на n-2, n-3,...,n-s,...,2,1 постах, продолжительности сборки на отдельных участках, а также на линии в целом находят аналогично в нижеприведенной последовательности.

1. Используя результаты расчетов, записывают ряд распределения продолжительности сборки на s последних постах, располагая разряды в порядке возрастания суммарного времени и времени сборки на соседних постах.

2. Находят распределение системы $P\left(T_{0,n-s};\sum_{k=s}^{n} T_k\right)$, используя правило умножения вероятностей независимых величин.

2. Находят распределение системы $P\left(T_{n-s};\sum_{k=s}^{n} T_k\right)$,используя формулу (4.42), с учетом того, что задержка на соседнем посту n-s+1 вызывает задержку на предыдущем посту n-s.
3. Суммируя вероятности по строкам найденного распределения системы, получают ряд распределения $P(T_{n-s})$.
4. Возвращаясь к п.1, находят искомые распределения для всех предыдущих постов линии сборки.
5. Объединяя разряды с равными продолжительностями сборки, находят распределение $P\left(\sum_{k=1}^{n} T_k\right)$ и его числовые характеристики.

При проектировании линии общей сборки при капитальном ремонте автомобилей БелАЗ-75485 априори расчитаны вероятности распределений времени выполнения комплексов работ на 6 постах, данные приведены в табл. 4.15.Требуется найти ряд распределения продолжительности процесса сборки на линии.

Таблица 4.15

Оценки распределений вероятностей продолжительности выполнения комплексов работ на постах сборочной линии

Номера постов линии общей сборки	Время выполнения комплексов работ, ч		
	7	8	9
	Вероятности		
1	0,3	0,4	0,3
2	0,3	0,4	0,3
3	0,2	0,6	0,2
4	0,2	0,6	0,2
5	0,1	0,8	0,1
6	0,1	0,8	0,1

Вначале записывается распределение системы $P(T_{05},T_6)$.

Таблица 4.16

Распределение времени выполнения комплексов работ на двух последних постах

T_{05}	P_{05}	T_6		
		7	8	9
		P_6		
		0,1	0,8	0,1
7	0,1	0,01	0,08	0,01
8	0,8	0,08	0,64	0,08
9	0,1	0,01	0,08	0,01

В соответствии с формулой (4.42) вычисляются вероятности распределения системы $P(T_5,T_6)$.

Таблица 4.17

Распределение системы, характеризующей продолжительность сборки на двух последних постах

T_5	P_5	T_6		
		7	8	9
		P_6		

		0,1	0,8	0,1
7	0,01	0,01	-	-
8	0,8	0,08	0,72	-
9	0,19	0,01	0,08	0,1

В табл.4.17 в первых двух столбцах представлено распределение $P(T_5)$.Суммируя диагональные элементы табл.4.17 для равных значений T_5-T_6, находят ряд распределения продолжительности простоя пятого поста (табл.4.18).

Таблица 4.18

Ряд распределения $P(T_5\text{-}T_6)$

Продолжительность простоя, ч	0	1	2
Вероятности	0,83	0,16	0,01

Суммируя диагональные элементы табл.4.17 с равными значениями T_5+T_6, находят ряд распределения времени сборки на двух последних постах (табл.4.19)

Таблица 4.19

Ряд распределения $P(T_5+T_6)$

Продолжительность сборки, ч	14	15	16	17	18
Вероятности	0,01	0,08	0,73	0,08	0,10

Используя данные табл.4.17, в соответствии с пунктами 1 и 2 находят распределение $P(T_{04},T_5+T_6)$.

Таблица 4.20

Распределение $P(T_{04},T_5+T_6)$

T_{04}	P_{04}	T_5+T_6					
		7+7	8+7	8+8	9+7	9+8	9+9
		P_{56}					
		0,01	0,08	0,72	0,01	0,08	0,10
7	0,2	0,002	0,016	0,144	0,002	0,016	0,020
8	0,6	0,006	0,048	0,432	0,006	0.048	0,060
9	0,2	0,002	0,016	0,144	0,002	0,016	0,020

Учитывая, что пост 4 не освободится в течение 9 часов в случаях, когда T_5+T_6 будет равно 9+7, 9+8, 9+9, вероятности трех последних столбцов суммируются.P_4(9+9+7) = 0,01; P_4(9+9+8) = 0,08; P_4(9+9+9) = 0,10.

Когда на посту 5 продолжительность равна 8 ч, в соответствии с формулой (4.42) P_4(8 + 8 + 7) = 0,064; P_4(8 + 8 + 8) = 0,576 и т.д.

Таким образом определяются и другие вероятности распределения системы $P(T_4,T_5+T_6)$.В табл.4.21 на первом месте стоит время пребывания на соседнем посту и далее – на последующих в порядке возрастания номера поста. Это позволяет упростить вычисление корреляционных моментов и вероятностей для законов распределения

$$P(T_k, \sum_{q=1}^{n-k} T_{k+q}).$$